11: ELECTROSTÀTICA

* CÀRREGUES

$\boxed{Q = Ne^-}$ N: Num e^- , $e^- = 1'602 \cdot 10^{-19} C$

$\boxed{\vec{F}_{21} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{e}_r}$ $\hat{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$, $k = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 N m^2/C^2$

$\varepsilon_0 = 8'85 \cdot 10^{-12} F/m$

$\boxed{\vec{p} = q\vec{d}}$ Moment elèctric dipol $\boxed{M_p = \vec{r} \times \vec{F}} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$ $M_p = rF\sin\alpha$

M_p: Moment d'una força ; Si $\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{M}_p$ independent del punt

- Distribució de càrregues

$\boxed{\lambda = \frac{dq}{dl}} \overset{q \text{ unif.}}{=} \frac{Q}{L}$ $\boxed{\sigma = \frac{dq}{dS}}$ $\boxed{\rho = \frac{dq}{dV}}$

* VECTOR INTENSITAT DE CAMP ELÈCTRIC ($\vec{E}$)

$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$ $\boxed{\vec{E}_i = k \frac{q}{r^2} \hat{e}_r} = \int k \frac{dq}{r^2} \hat{e}_r$

$\boxed{E = 2k\frac{\lambda}{r}}$ Fil indefinit

$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$ Pla indefinit

* FLUX DEL CAMP ELÈCTRIC (Φ) Llei de Gauss

$\boxed{\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S}} = ES' = ES\cos\alpha = \boxed{\vec{E} \cdot \vec{S}}$; $\vec{S}$: Vector S=Àrea sup direcció ⊥ sup, cap a fora

$\boxed{\Phi > 0 \Rightarrow \text{Flux sortint} ; \Phi < 0 \Rightarrow \text{Flux entrant}}$

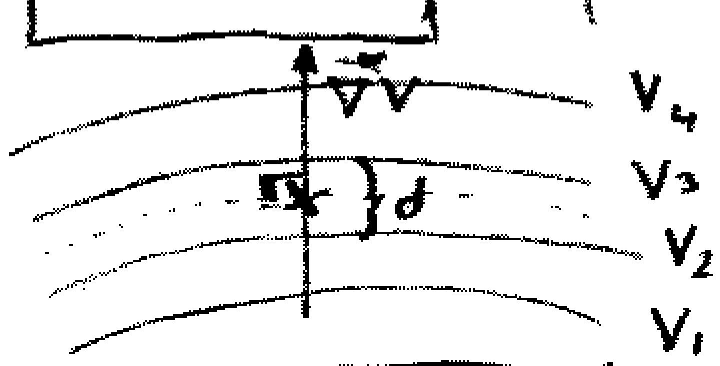
Llei Gauss : $\boxed{\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}} = \int \frac{dq}{\varepsilon_0} = \int_V \frac{\rho dV}{\varepsilon_0}$ V: Volum on hi ha càrrega

$\boxed{\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ Si $\vec{E}$ electrostàtic $\Rightarrow \boxed{\text{rot} \vec{E} = 0}$ $\text{div} E = \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial y} + \frac{\partial E}{\partial z}$

12: POTENCIAL I ENERGIA

$\boxed{V(B) - V(A) = -\int_A^B \vec{E} d\vec{r}}$ V(A) > V(B) > 0 El treball el fa el camp
< < 0 Treball contra el camp.

que fa el camp $\boxed{W = q[V(A) - V(B)]}$ $\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla}V} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right) = -(E_x, E_y, E_z)$



$\boxed{|\vec{\nabla}V| = \frac{\partial V}{\partial n} \simeq \frac{V_3 - V_2}{d}}$

$V(B) - \cancel{V(\infty)}^0 = -\int_\infty^B \vec{E} d\vec{r}$; $\boxed{V = \int k \frac{dq}{r}}$

$\boxed{V = E \cdot d}$

* ENERGIA DE FORMACIÓ D'UN SISTEMA DE CÀRREGUES

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i V_i} \qquad \boxed{V_i = \sum_{\substack{K=1 \\ K\neq i}}^{N} K \frac{q_K}{r_{Ki}}}$$

* DENSITAT D'ENERGIA D'UN CAMP ELÈCTRIC (η_E)

$$\boxed{\eta_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2} = \frac{dU}{dV} \Rightarrow \boxed{U = \int_V \eta_E \, dV}$$

V: Volum on $\vec{E} \neq 0$

U = W

13: CAMP ELECTRIC EN CONDUCTORS

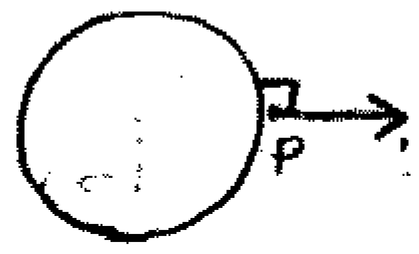
* CONDUCTORS EN EQUILIBRI ELECTROSTÀTIC ($E_{int} = 0$)

- El camp elèctric total en un conductor és sempre 0, ja que els electrons es distribueixen de forma que contrarresten els camps que actuin.

• Propietats d'un conductor en equilibri electrostàtic

1) $V(A) - V(B) = 0 \Rightarrow$ Potencial constant a tot el volum

2) La càrrega s'acumula a la superfície

3) 

$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$ (Només infinitament a prop de la sup)

4) ~~σ~~ mallor ~~…~~ a les "punxes" que pugui presentar el conductor.

• Conductor amb cavitat interior

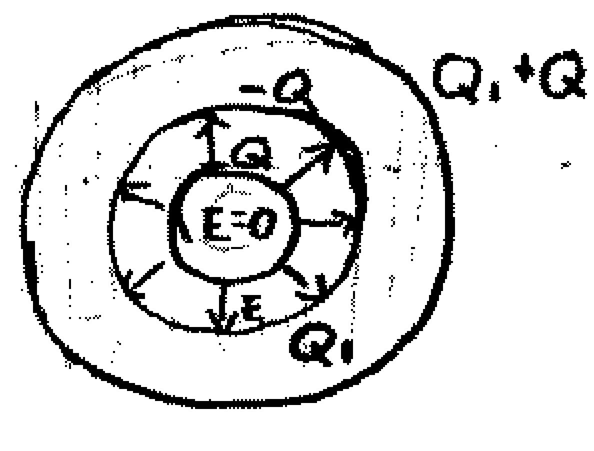
- La càrrega s'acumula a la sup. exterior.

* FENOMENS D'INFLUÈNCIA

Redistribució de càrregues degut a la presencia d'altres conductors carregats.

Influencia total:

Totes les linies de camp d'un atravessen l'altre.



* CAPACITAT, CONDENSADORS

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

Condensador: Dos conductors en influència total.

Rigidessa dielèctrica: Màx d.d.p que pot suportar el condensador.

$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}}$ Condensador Pla

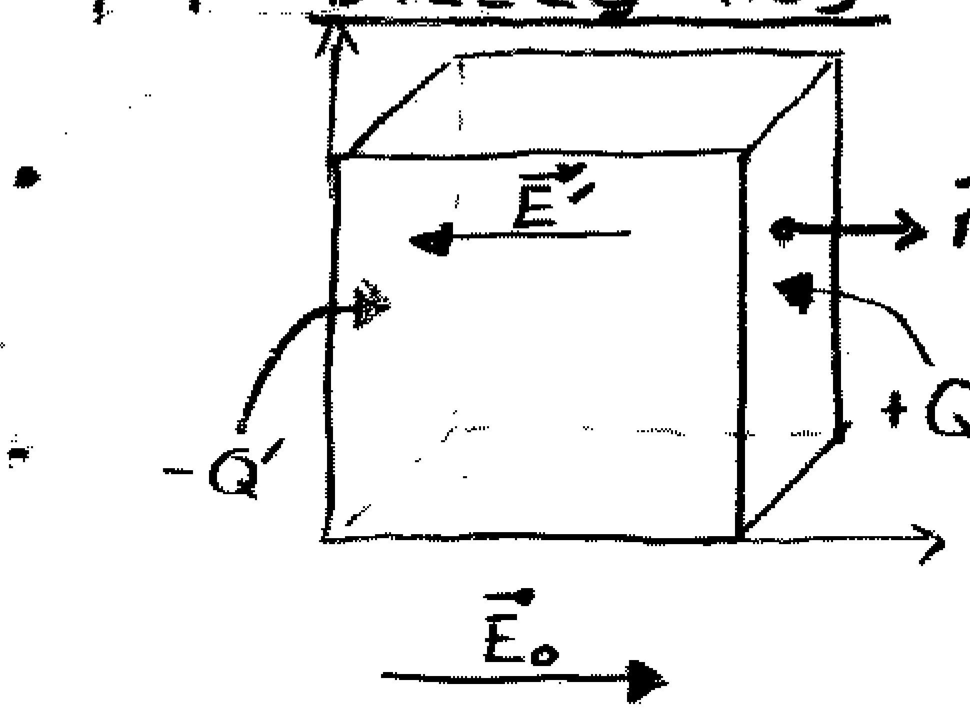
$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}}$ Esfèric

$\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$ Cilíndric

$\boxed{U = \frac{1}{2} Q (V_1 - V_2)}$ Càrrega emmagatzemada en un condensador.

$$\boxed{V = E \cdot d}$$

T4: DIELECTRICS



$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$

Q': Càrrega lligada

σ': Distriv. sup. de càrrega lligada

$\hat{n}$: definida per l'orientació dels dipols

χ: Susceptivilitat del dielèctric

$\vec{D}$: Vector desplaçament elèctric

$\boxed{\sigma' = \vec{P}\cdot\hat{n}}$ ④ $\boxed{\rho' = -\operatorname{div}\vec{P}}$ $\boxed{\chi = \varepsilon_r - 1}$

$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}}$ Dielèctrics linials $(\vec{P}\propto\vec{E})$: ③ $\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0\chi\vec{E}}$ $\boxed{\vec{D} = \varepsilon\vec{E}}$ ②

① $\boxed{\int_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q}$ " " : $\int \varepsilon\vec{E}\,d\vec{S} = q \overset{\varepsilon = cte}{\Rightarrow} \boxed{\int \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon}}$

* Condensador amb dielèctric

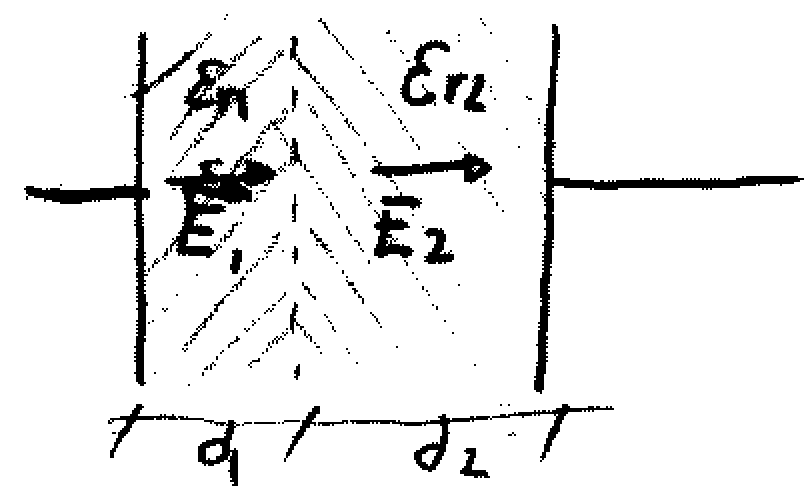
$\vec{D} = \sigma\hat{\imath} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}} \Rightarrow \boxed{C = \varepsilon_r C_0} \Rightarrow \vec{P} = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\sigma\hat{\imath} \Rightarrow \sigma'_{(i)} = \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right)\sigma$ [...]

* SUPERFÍCIE DE SEPARACIÓ DE DOS MEDIS

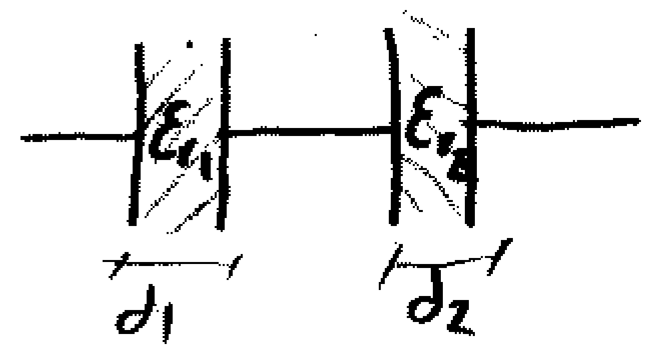
$\boxed{E_{1t} = E_{2t}}$ $\boxed{D_{2n} - D_{1n} = \sigma}$ $\varepsilon_2 E_{2n} - \varepsilon_1 E_1 = \sigma \overset{\text{per } \sigma = 0}{\Rightarrow} \boxed{\frac{E_{2n}}{E_{1n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$

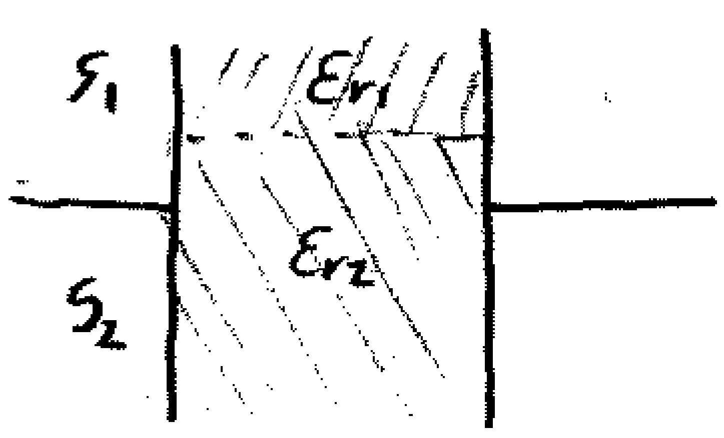
$\boxed{\operatorname{tg}\psi_1 = \varepsilon_1/\varepsilon_2 \operatorname{tg}\psi_2}$

- Condensadors amb diferents dielèctrics

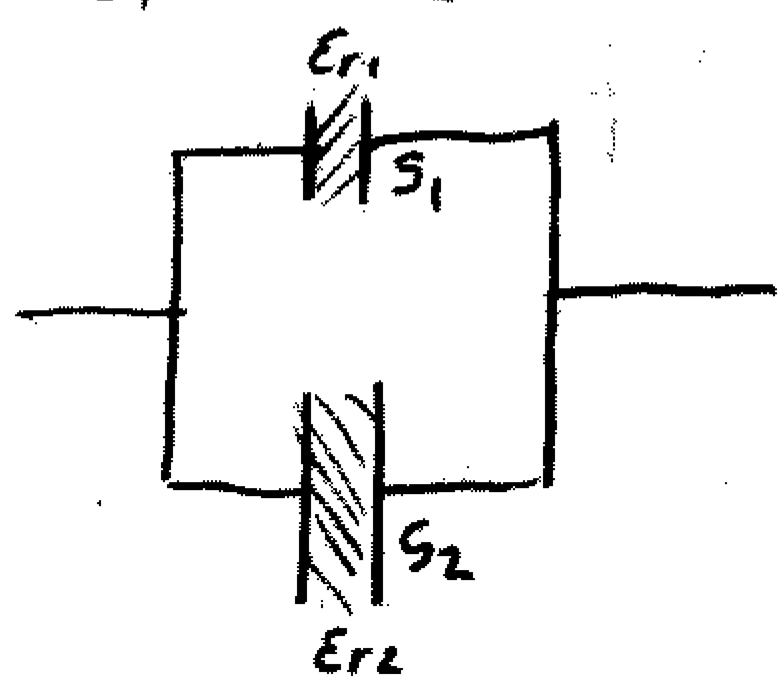


$\equiv$





$\equiv$



15.- CORRENT ELÈCTRIC

$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}} \boxed{\cancel{= nvSq}} \boxed{= \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}}$$

n : portadors de càrrega per unid. Vol

$\boxed{\vec{j} = nq\vec{v}}$: densitat de corrent

* *Conservació de la càrrega, Eq de continuitat*

$$I = \boxed{\int_S \vec{j}\, d\vec{S} = -\frac{dQ(t)}{dt}}$$

Q(t): càrrega continguda al volum

Si $\int_S \vec{j}\, d\vec{S} = 0 \,;\; -\frac{dQ(t)}{dt} = 0 \,;\; \mathrm{div}\,\vec{j} = 0$

No s'acumul·la càrrega ⇒ Llei de Kirchoff

$$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$

distr. volum càrr.

* *Llei d'Ohm*

$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

σ : Conductivitat del material

$\rho = \frac{1}{\sigma}$: Resistivitat del material

- *Conductor en forma de fil*

$$\boxed{\frac{V_A - V_B}{I} = \frac{l}{\sigma S}} \qquad \boxed{R = \frac{l}{\sigma S} = \frac{\rho l}{S}}$$

R : Resistencia

$G = \frac{1}{R}$: Conductancia

* *Energia dels circuits elèctrics*

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \qquad \boxed{P_v = \vec{E} \cdot \vec{j}} \qquad \boxed{P = \int_V P_v\, dV}$$

P_v : Pot. per unid. de vol.

form. general per tot conductor

- *Conductor en forma de fil*

$$\boxed{P = (V_A - V_B) I = I^2 R}$$

$$\boxed{W = \int_{t_0}^{t} P\, dt = I^2 R \Delta t} \qquad \boxed{Q = 0'24\, I^2 R \Delta t}$$

* *Dependencia de la conductivitat amb la temperatura*

$$\boxed{\rho = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0))}$$

α : coef. de temperatura

* *Models de conducció en sòlids*

$$\boxed{\vec{v}_d = \frac{q\tau}{m} \vec{E}} \qquad \boxed{\mu = \frac{q\tau}{m}} \qquad \boxed{\tau = \frac{\sigma m}{nq}}$$

τ : temps mig entre col·lisions

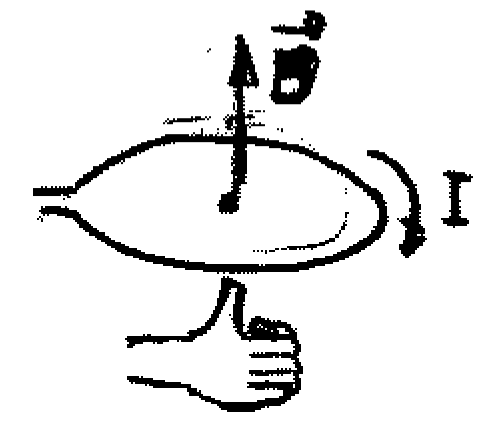
μ : movilitat de l'electrò

- Establiment del corrent $\boxed{v(t) = \frac{q\tau}{m} E (1 - e^{-t/\tau})}$ $\quad t = 4\tau \rightarrow v(t) \simeq v_d$
- Tall del corrent $\boxed{v(t) = \frac{q\tau}{m} E\, e^{-t/\tau}}$

TEMA 1: CAMP MAGNÈTIC

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}} \qquad \boxed{\vec{F} = \int_l I\,d\vec{l}\times\vec{B}}$$ (F sobre un conductor)

- Efectes del camp magnètic sobre una espira

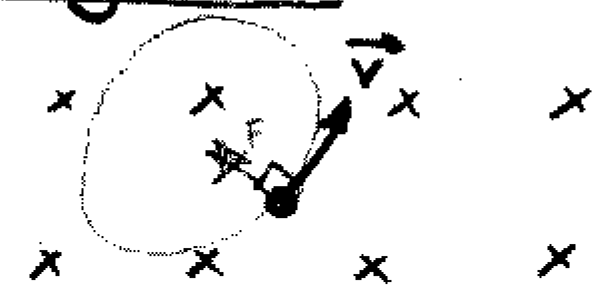


$$\boxed{\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B}} \qquad \boxed{\vec{m} = I\vec{S}}$$ $\vec{m}$: moment magnètic de l'espira

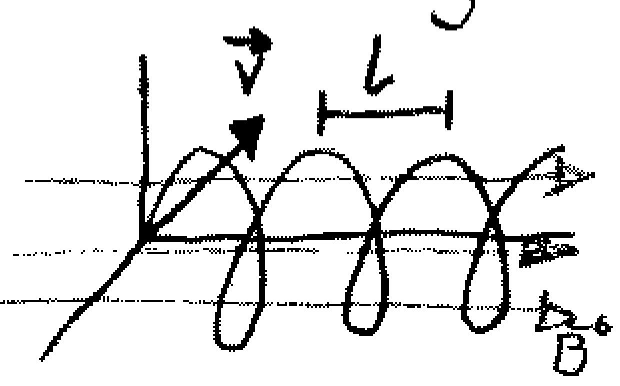
A una bobina o solenoide $\boxed{\vec{m} = NI\vec{S}}$

- Moviment d'una càrrega en un camp magnètic

$$\boxed{R = \frac{mv}{qB}} \qquad \boxed{T = 2\pi\,\frac{m}{qB}}$$

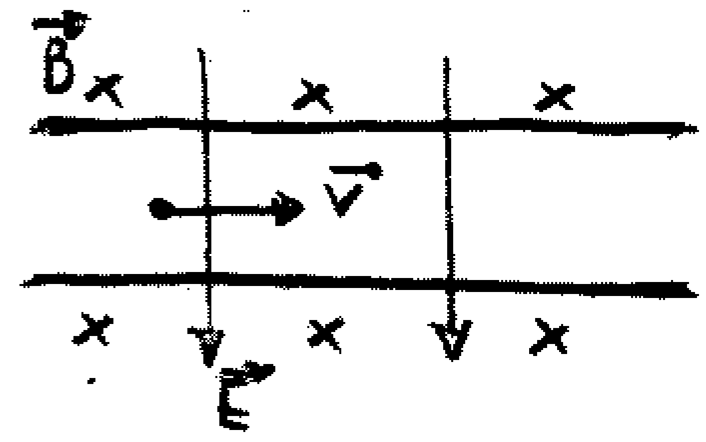


* velocitat angle arbitrari



$$\boxed{l = v_{\parallel}T}$$

* Selector de velocitats



$$\boxed{v = \frac{E}{B}}$$

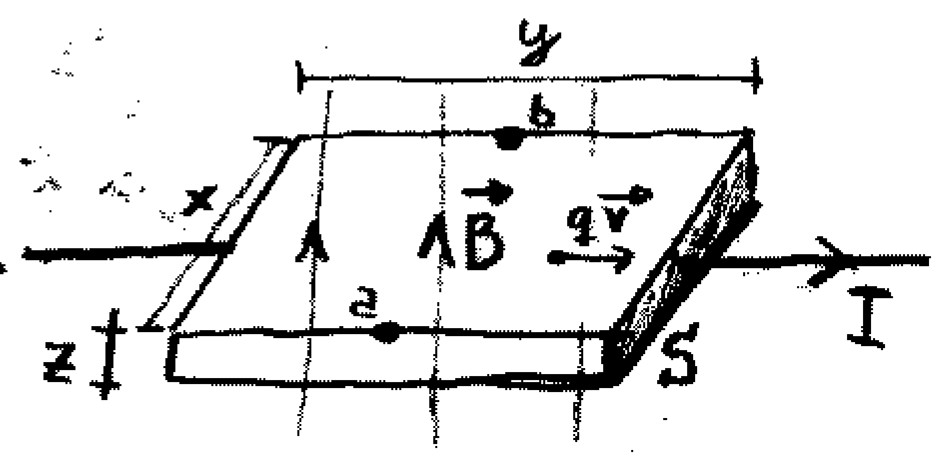
* Ciclotró

$$\boxed{\omega = \frac{qB}{m}} \quad (F_B = F) \qquad \boxed{W = 2NqV = \frac{1}{2}m\left(v_s^2 - v_o^2\right)}$$

- Efecte Hall $\quad \frac{F}{q} = \frac{Bvq}{q}$

$V_H = V(a) - V(b) = E(a-b) = Bv(a-b)$

$$\boxed{V_H = Bv(a-b) = \frac{I}{nqS}(a-b)B}$$



$I = nqvS \Rightarrow$

$v = \frac{I}{nqvS}$

TEMA 2: FONTS DEL CAMP MAGNÈTIC

- Camp creat per un corrent

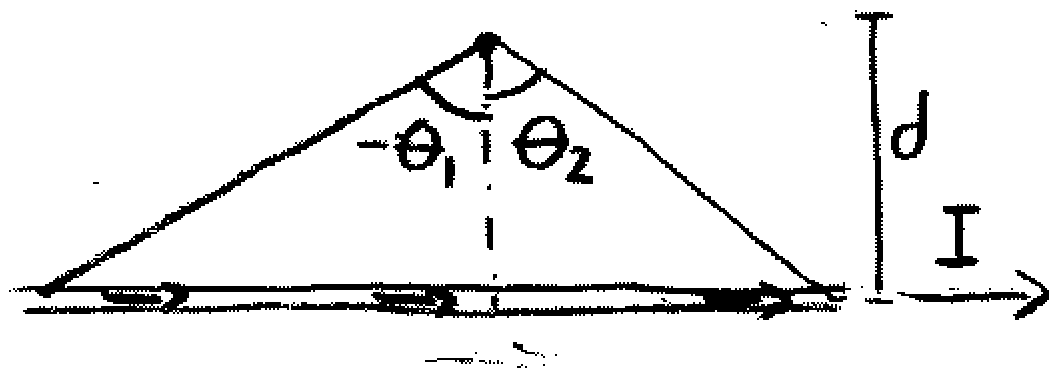
$$\boxed{\vec{B} = \int_l \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}}$$

- Camp creat per una càrrega puntual

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}q\,\frac{\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}}$$

- Fil finit

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{d}\left(\sin\theta_2 + \sin\theta_1\right)}$$



- Fil infinit

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{I}{d}}\ |\vec{r}|$$

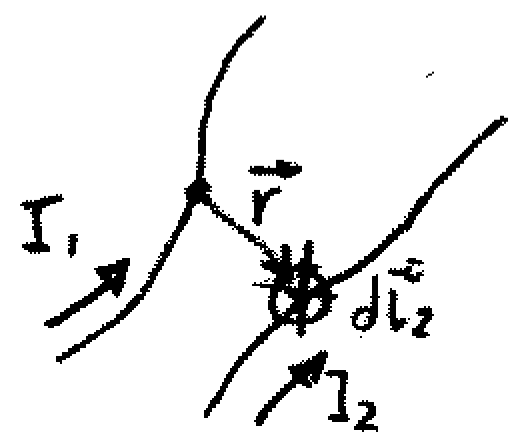
- Espira

$$\boxed{B_{eix} = \frac{\mu_0}{2}\cdot I\cdot\frac{R^2}{(R^2+d^2)^{3/2}}}$$

al centre $(d=0)$ $\downarrow$ $= \frac{\mu_0}{2}\cdot\frac{I}{R}$

$$\boxed{B_{eix} = N\frac{\mu_0 I}{2R}}$$ (Solenoide) (a l'interior)

- Forces entre corrents



$$\boxed{d\vec{F}_{21} = I_2 d\vec{l}_2 \times I_1 d\vec{B}_1}$$

$$\boxed{\frac{F_{21}}{l_2} = 2\cdot 10^{-7}\frac{I_1 \cdot I_2}{r}}$$

Amper: Corrent que ha de circular per dos conductors paral·lels separats 1m, pq s'exerceixin una força de $2\cdot 10^{-7}$ N

- Llei de Gauss per al magnetisme

$$\boxed{\Phi = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}}$$

S plana, B uniforme } $\Phi = \vec{B}\vec{S}$, $\Phi = BS\cos\alpha$

$$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{B} = 0}$$

- Llei d'Ampere

$$\boxed{\int_C \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I} \qquad \boxed{\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$$

C: camí tancat

I: Intensitat que atravesi qualsevol sup. que tingui per contorn el camí C.

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{NI}{r}}$$ camp creat solenoide toroidal

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{l}}$$ solenoide recte

- Llei d'Ampere-Maxwell

$$\boxed{\int_C \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 (I + I_d)}$$ En forma integral

$$\boxed{I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}}$$

$$\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$ En forma diferencial

$$\mathrm{rot}\,\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

13: INDUCCIÓ ELECTROMAGNÈTICA

- f.e.m.i Llei de Lenz-Faraday

$$\boxed{\mathcal{E} = \int_C \vec{E}\, d\vec{l}} \qquad \boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

$$\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$ En forma diferencial

• f.e.m.i espira

$$\boxed{\mathcal{E}(t) = BS\omega \sin(\omega t + \alpha_0)}$$

- Inducció mutua i autoinducció

$$\boxed{L_i = \frac{\Phi_i}{I_i}} \qquad M_{21} = \boxed{M_{12} = \frac{\Phi_1}{I_2}}$$

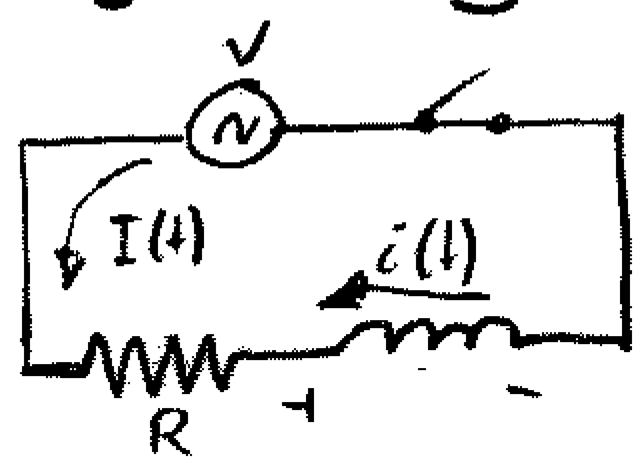
Solenoide recte indefinit

$$\boxed{L = \mu_0 \frac{N^2}{L} S}$$

- Densitat d'energía

$$\boxed{\eta_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2} \qquad \boxed{\eta_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2} \qquad \boxed{\eta = \eta_E + \eta_B} \qquad \boxed{U = \int_V \eta\, dV}$$

- Energia Magnètica



$$\Phi_2 = \cancel{M I_1} + L I_2 \Rightarrow \frac{d\Phi_2}{dt} = M\frac{dI_1}{dt} + L\frac{dI_2}{dt}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L\frac{dI_2}{dt}}$$

$$\boxed{U(t) = \frac{1}{2} L \cdot I^2(t)}$$

* Unitat 3: Ones electromagnètiques

Compleixen l'equació: $\boxed{\frac{\partial^2 \psi}{dt} = V^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 x}}$ $\psi(x,t)$ funció d'ona

* Ones harmòniques

$$\boxed{\psi(x,t) = A\sin(Kx \mp \omega t)} \quad \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}} \quad \boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$$

$\boxed{\omega = Kc}$ Relació de dispersió $\boxed{c = f\lambda}$ velocitat de propagació

* $$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \quad ; \quad \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2}$$

$$\boxed{B_0 = \frac{E_0}{c}} \qquad \vec{E_y} = E_0 \sin(Kx - \omega t)\hat{j}$$
$$\vec{B_z} = \frac{E_0}{c} \sin(Kx - \omega t)\hat{k}$$

* Energia de les ones electromagnètiques

$$\boxed{\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}}$$

$|\vec{S}|$: Intensitat que propaga l'ona

$\arg(\vec{S})$: direcció propagació de l'ona

Vector de Poynting